

Программа семинарских занятий (по неделям).

Векторная алгебра.

Неделя №2. Программа лекций:

- 1.6. Компонента вектора по оси. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов, его свойства.
- 1.7. Формулы для скалярного произведения векторов и косинуса угла между векторами в декартовых координатах.
- 1.8. Определители второго и третьего порядка.
- 1.9. Понятие ориентации. Правые и левые тройки векторов, правые и левые системы координат в физике.
- 1.10. Векторное произведение, его свойства.

Примерные задачи для упражнений.

1. Найти скалярное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/3$.
2. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.
3. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} и компоненту вектора \vec{a} по вектору \vec{b} , если $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 3$.
4. Найти проекцию вектора \vec{b} на вектор \vec{a} и компоненту вектора \vec{b} по вектору \vec{a} , если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ и $(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/3$.
5. В прямоугольной декартовой системе координат $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Найти (\vec{a}, \vec{b}) .
6. Нормировать вектор $\vec{a} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, если $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — орты декартовой прямоугольной системы координат.
7. Ортогональны ли векторы $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$?
8. Для векторов $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k}$ вычислить:
 - a) (\vec{a}, \vec{b}) ;
 - b) $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$;
 - c) $\cos(\vec{a}, \vec{b})$;
 - d) $\text{Pr}_{\vec{a}}\vec{b}$;
 - e) $K_{\vec{a}}\vec{b}$.
9. Не используя понятия векторного произведения, найти вектор \vec{p} единичной длины, перпендикулярный вектору $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$ и оси абсцисс.
10. Проверить, что из равенства $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ следует равенство $(\vec{a}, \vec{a} + \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a} + \vec{b})$.
11. Найти направляющие косинусы вектора $R = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

12. Найти $|AB|$, если $A(1, 2, 1)$, $B(3, -4, 1)$.

13. Найти $\cos \hat{A}$, если $A(1, 2, 1)$, $B(3, -4, 1)$, $C(4, 3, 1)$.

14. Векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} образуют треугольник (т.о. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$); $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 1/2$.
Найти $|\vec{c}|$.

15. Найти определители:

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}.$$

16. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix},$$

раскладывая его а) по первой строке; б) по второй строке; в) по третьему столбцу.

17. Пусть вектор \vec{a} сонаправлен большому пальцу правой руки; вектор \vec{b} — указательному пальцу правой руки; вектор \vec{c} — среднему пальцу правой руки. Составляют ли векторы $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ правую тройку.

18. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — правая тройка. Какова ориентация троек $\{\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}\}$, $\{\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}\}$, $\{\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}\}$ и $\{\vec{c}, \vec{b}, \vec{a}\}$.

Примерное домашнее задание (Цубербиллер): 1029, 1034–1038, 1040, 1041, 1043, 1044, 1046, 1047–1049, 1112, 1113.