

Высшая алгебра.

Вопросы к экзамену во втором семестре

(усиленный поток)

Лектор Т. А. Суслина

1. Линейные формы. Двойственное пространство. Двойственные базисы.
2. Второе двойственное пространство.
3. Преобразования двойственных базисов и координат в E' . Преобразования изображающих матриц операторов из E' в E' , из E в E' , из E' в E .
4. Билинейная форма. Определение, примеры. Пространство билинейных форм.
5. Оператор билинейной формы. Изображающая матрица билинейной формы. Преобразование изображающих матриц билинейной формы.
6. Ядро и ранг билинейной формы. Транспонированная форма. Симметричные и антисимметричные билинейные формы.
7. Квадратичная форма. Теорема о приведении квадратичной формы к сумме квадратов.
8. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов в вещественном случае. Закон инерции квадратичных форм.
9. Вещественные евклидовы пространства. Скалярное произведение. Ортогональность. Ортонормированные базисы. Изоморфизм евклидовых пространств.
10. Неравенство Коши. Неравенство треугольника. Процесс ортогонализации.
11. Ортогональная сумма подпространств в вещественном евклидовом пространстве. Ортогональное дополнение.
12. Линейные операторы в вещественном евклидовом пространстве. Билинейная форма оператора.

13. Сопряженный (транспонированный) оператор в вещественном евклидовом пространстве. Симметричные и кососимметричные операторы.
14. Изометрические операторы в вещественном евклидовом пространстве. Преобразование ортонормированных базисов. Ортопроекторы.
15. Комплексные евклидовы пространства. Скалярное произведение. Ортогональность. Ортонормированные базисы. Изоморфизм евклидовых пространств.
16. Линейные операторы в комплексном евклидовом пространстве. Связь линейных операторов и полуторалинейных форм.
17. Сопряженный оператор. Теорема об образе оператора и ядре сопряженного оператора.
18. Самосопряженные операторы.
19. Унитарные операторы. Преобразование ортонормированных базисов в комплексном евклидовом пространстве.
20. Диагонализация самосопряженного оператора. Диагонализация эрмитовой матрицы. Вещественный случай: диагонализация симметричных операторов и матриц.
21. Диагонализация унитарного оператора. Диагонализация унитарной матрицы.
22. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов ортогональным преобразованием. Применение к поверхностям второго порядка.
23. Классификация поверхностей второго порядка.
24. Положительно определенные операторы. Обобщенная задача на собственные значения.
25. Приведение двух квадратичных форм к сумме квадратов.
26. Понятие о жордановой нормальной форме.
27. Теорема разложения по корневым подпространствам.
28. Жорданова нормальная форма для нильпотентного оператора.