

**Высшая алгебра. 2 семестр.  
Усиленный поток. Вопросы к коллоквиуму**

1. Множества с бинарной операцией. Нейтральный элемент. Обратный элемент.
2. Группы, кольца.
3. Поля. Понятие изоморфизма. Изоморфизм групп и колец.
4. Аксиоматика линейного пространства. Примеры. Изоморфизм линейных пространств.
5. Понятие линейной зависимости и независимости. Базисы, координаты.
6. Размерность линейного пространства. Изоморфизм конечномерных линейных пространств.
7. Подпространства. Линейная оболочка множества.
8. Пересечение подпространств. Линейная сумма подпространств, прямая сумма подпространств.
9. Теорема о размерности линейной суммы подпространств. Прямое дополнение подпространства.
10. Линейные операторы в конечномерных линейных пространствах. Определение и примеры. Действия над операторами. Пространство линейных операторов.
11. Матричное изображение линейных операторов. Примеры изображающих матриц.
12. Изоморфизм пространства операторов и пространства матриц. Изображающая матрица для композиции операторов.
13. Образ и ранг линейного оператора. Ядро оператора.
14. Обратный оператор.
15. Типы линейных отображений. Альтернатива Фредгольма.
16. Преобразование базисов, координат и изображающих матриц операторов.
17. Определитель и след линейного оператора. Ориентация в вещественном конечномерном линейном пространстве.
18. Характеристический многочлен и спектр линейного оператора.

19. Собственные элементы, собственные подпространства. Алгебраическая и геометрическая кратности собственного значения.
20. Критерий существования собственного базиса. Диагонализуемые операторы. Диагонализуемые матрицы.
21. Функции от операторов. Тождество Кэли.